

## ALGEBRE ASSIALI E RAPPRESENTAZIONI DI MAJORANA

CLARA FRANCHI

JOINT PROJECT WITH A. A. IVANOV, M. MAINARDIS, S. SHPECTOROV

Il Mostro di Fisher-Griess  $M$  fu costruito per la prima volta nel 1982 come gruppo di automorfismi dell'algebra di Conway-Griess-Norton  $V_M$ , una  $\mathbb{R}$ -algebra commutativa e non associativa di dimensione 196884. Nel 1988 I. Frenkel, J. Lepowsky e A. Meurman costruirono una vertex operator algebra  $V^h$  che ha ancora il Mostro come gruppo di automorfismi e contiene come componente di peso 2 (una variante de) l'algebra di Conway-Griess-Norton. Nel 1992, R. Borcherds riuscì a provare la congettura Moonshine per l'algebra  $V^h$ , chiarendo così il collegamento tra il Mostro e le funzioni modulari, risultato che gli valse la medaglia Fields nel 1998.

Una proprietà fondamentale dell'algebra  $V_M$  è che esiste una biiezione tra l'insieme di certi elementi idempotenti (detti assi) di  $V_M$  e la classe di coniugio delle involuzioni di tipo  $2A$  in  $M$  (cioè le involuzioni il cui centralizzante in  $M$  è isomorfo al ricoprimento doppio del Baby-Mostro). Nel 1996, M. Miyamoto ha dimostrato che una simile corrispondenza tra certi elementi idempotenti dell'algebra (assi) e involuzioni nel gruppo degli automorfismi vale più in generale per tutta una classe di vertex operator algebras (dette di tipo OZ). Sfruttando questa osservazione, nel 2007, S. Sakuma ha classificato le vertex operator algebras di tipo OZ generate da due assi. Queste rientrano in esattamente 9 classi di isomorfismo che coincidono con le 9 classi delle sottoalgebre di  $V_M$  generate da due assi già classificate da S. Norton e corrispondono, a loro volta, alle 9 classi di coniugio in  $M$  dei sottogruppi generati da due involuzioni di tipo  $2A$ .

Un radicale punto di svolta nella teoria fu l'introduzione del concetto di algebra di Majorana e, più in generale di algebra assiale, che, proposto inizialmente da A.A.Ivanov nel 2009, assiematizza certe proprietà algebriche dei sottospazi di peso 2 delle vertex operator algebras di tipo OZ.

All'interno di questa struttura assiomatica, in una serie di lavori dal 2010 ad oggi, Ivanov, D.Pasechnik, À. Seress, S. Shpectorov, F. Rehren, J. Hall, C. Franchi e M. Mainardis sono riusciti a dimostrare la classificazione di Norton-Sakuma in completa generalità.

Questa classificazione è il punto di partenza per la teoria delle rappresentazioni di Majorana, che permette di studiare le rappresentazioni di molti sottogruppi del Mostro sull'algebra di Conway-Griess-Norton.

In questo talk darò una veloce panoramica della teoria delle algebre assiali e di Majorana e presenterò alcuni risultati ottenuti in collaborazione con A.A. Ivanov, M. Mainardis e S. Shpectorov.